ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

**

**TOÁN CHO KHOA HỌC MÁY TÍNH**

Lớp: CS115.O12

**SUPPORT VECTOR MACHINE – SVM**

Nhóm 18

Giảng viên hướng dẫn: Thầy Lương Ngọc Hoàng

Cô Dương Việt Hằng

Thành viên nhóm: Võ Đại Lượng – 22520834

Trần Xuân Lương – 22520833

Trần Tiến Minh – 22520891

Phan Công Minh – 22520884

Hoàng Phạm Bảo Long -22520808

**Tổng hợp công thức SVM**

# Hàm phân tách tuyến tính

**[1]**

f(**x**) = **⟨w⋅x⟩** + *b*

Trong đó: **w** là vector trọng số, *b* là một giá trị thực (bias)

**⟨w⋅x⟩** là tích vô hướng của 2 vector **w** và **x**

Sao cho với mỗi **xᵢ**:

1 nếu **⟨w⋅xᵢ⟩** + *b* ≥ 0

**[2]**

yᵢ =

-1 nếu **⟨w⋅xᵢ⟩** + *b* < 0

# Hai siêu phẳng lề song song với nhau

H₊: **⟨w ⋅ x⁺⟩** + *b* = 1

H₋: **⟨w ⋅ x⁻⟩** + *b* = -1

Sao cho:

**⟨w ⋅ xᵢ⟩** + *b* ≥ 1, nếu yᵢ = 1

**[3]**

**⟨w ⋅ xᵢ⟩** + *b* ≤ -1, nếu yᵢ = -1

# Mức lề:

## Trong không gian vector, khoảng cách từ một điểm **xᵢ** đến siêu phẳng

**[4]**

## (**⟨w ⋅ x⟩** + *b* = 0) là:

Trong đó:

= =

## Khoảng cách từ **x⁺** đến H₀ (**⟨w ⋅ x⟩** + *b* = 0):

**[5]**

d₊ = = =

## Khoảng cách từ **x⁻** đến H₀ (**⟨w ⋅ x⟩** + *b* = 0):

**[6]**

d- = = =

**[7]**

## Mức lề (margin): margin = d₊ + d₋ =

Cực tiểu hóa: với điều kiện **⟨w ⋅ xᵢ⟩** + *b* ≥ 1, nếu yᵢ = 1

**[8]**

**⟨w ⋅ xᵢ⟩** + *b* ≤ -1, nếu yᵢ = -1

Hay tương đương với

**[9]**

Cực tiểu hóa: với điều kiện yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) ≥ 1, ∀i = 1,...,m

Biểu thức Lagrange giải quyết bài toán cực tiểu hóa **[9]**:

**[10]**

*L*(**w**, *b*, ⍺) = - với ⍺ᵢ ≥ 0

Giải quyết bài toán cực tiểu hóa **[9]** tương đương với việc giải bài toán minimax có dạng như sau:

**[11]**

arg min max *L*(**w**, *b*, ⍺)

**w**, *b* ⍺ ≥ 0

Tập điều kiện Karush - Kurn - Tucker:

**[13]**

**[14]**

**[12]**

* = **w** - = 0
* = - = 0
* yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) - 1 ≥ 0, ∀**xᵢ** (i = 1,...,m)

**[15]**

* ⍺ᵢ ≥ 0

**[16]**

* ⍺ᵢ[yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) - 1] = 0

# Bài toán đối ngẫu

**[17]**

*L*D(⍺) = -

Giải quyết bài toán **[9]** tương đương với việc giải bài toán đối ngẫu dưới đây:

**[18]**

Cực đại hóa: *L*D(⍺) = -

Với điều kiện: = 0

⍺ᵢ ≥ 0, ∀i = 1,..., m

# Ranh giới quyết định

Được xác định bởi siêu phẳng:

**[19]**

f(**x**) = ⟨**w\*** ⋅ **x\***⟩ + *b\** = = 0

Đối với một dữ liệu **x\*** mới, cần tính giá trị:

**[20]**

sign(⟨**w\*** ⋅ **x\***⟩ + *b\**) = sign ()

# Soft margin SVM

Cực tiểu hóa:

**[21]**

+ C

Với điều kiện:

yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) ≥ 1 - ξᵢ, ∀i = 1,...,m

ξᵢ ≥ 0, ∀i = 1,...,m

Biểu thức Lagrange:

L = + C -

**[22]**

trong đó ⍺ᵢ ≥ 0 và µᵢ ≥ 0 là các hệ số Lagrange

Tập điều kiện Karush - Kurn - Tucker:

**[25]**

**[24]**

**[23]**

**[26]**

* = **w** - = 0
* = - = 0
* = C - ⍺ᵢ - µᵢ = 0, ∀i = 1,...,m
* yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) - 1 + ξᵢ ≥ 0, ∀i = 1,...,m

**[27]**

* ξᵢ, ⍺ᵢ, µᵢ ≥ 0

**[28]**

* ⍺ᵢ[yᵢ(⟨**w** ⋅ **xᵢ**⟩ + *b*) - 1 + ξᵢ] = 0

**[29]**

* µᵢξᵢ = 0

Cực đại hóa:

*L*D(⍺) = -

Với điều kiện: = 0

**[30]**

0 ≤ ⍺ᵢ ≤ C, ∀i = 1,...,m

# Kernel SVM

Cực tiểu hóa:

**[31]**

+ C

Với điều kiện: yᵢ(⟨**w** ⋅ ϕ(**xᵢ**)⟩ + *b*) ≥ 1 - ξᵢ, ∀i = 1,...,m

ξᵢ ≥ 0, ∀i = 1,...,m

**[32]**

Cực đại hóa: *L*D(⍺) = -

Với điều kiện: = 0

0 ≤ ⍺ᵢ ≤ C, ∀i = 1,...,m

Đường biên phân lớp được xác định là:

**[33]**

f(**z**) = ⟨**w\*** ⋅ ϕ(**z**)⟩ + *b\** = = 0

Hàm nhân đa thức (polynomial):

**[34]**

K(**x**, **z**) = ⟨**x** ⋅ **z**⟩ᵈ